



## ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ 2018

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АКАДЕМИЧЕСКАЯ ГИМНАЗИЯ им. Д.К.ФАДДЕЕВА

*Предмет вступительного испытания: МАТЕМАТИКА*

*Класс обучения на образовательной программе:*

**10 класс, все образовательные программы**

*Структура экзаменационного варианта*

*Задание состоит из 12 задач, разбитых на три группы. Для решения всех задач достаточно сведений, содержащихся в учебниках по математическим дисциплинам, включенных в Федеральный перечень учебников 2018.*

**Критерии оценивания:**

*Каждая из задач с 1 по 4 оценивается от 0 до 5 баллов.*

*Каждая из задач с 5 по 8 оценивается от 0 до 8 баллов.*

*Каждая из задач с 9 по 12 оценивается от 0 до 12 баллов.*

1. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{99} + \sqrt{363} - 3\sqrt{11}}{33\sqrt{3}}$ .
2. Решите уравнение  $(x^2 + 27x - 57)^2 = (x^2 - 3x + 1)^2$ .
3. Семья состоит из трех человек: матери, отца, дочери. Если бы зарплата матери увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 30%. Если бы стипендия дочери увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 6%. Сколько процентов дохода составляет зарплата отца?
4. Найдите катеты прямоугольного треугольника, если радиус его описанной окружности равен 6,5, а радиус вписанной окружности равен 2.
5. Найдите шестой и десятый члены геометрической прогрессии, если известно, что их сумма квадратов равна 136, а произведение четырнадцатого и второго членов этой прогрессии равно 60.
6. Решите систему неравенств 
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x+16}}{x-12} \leq \frac{\sqrt{x+16}}{x+12}, \\ x^2 + 16x \leq 0. \end{cases}$$
7. Найдите на прямой  $2x + 3y + 2 = 0$  точку  $K(x, y)$  такую, что произведение ее координат – наибольшее возможное.
8. Точка М лежит внутри равностороннего треугольника на расстоянии  $3\sqrt{3}$  от двух его сторон и на расстоянии  $4\sqrt{3}$  от третьей стороны. Найдите длину стороны данного треугольника и радиус окружности, описанной вокруг этого треугольника.
9. На доске написаны два трехзначных числа. Если не обратить внимание на знак умножения и прочитать эти два числа как одно шестизначное, то прочитанное число будет в семь раз больше произведения этих трехзначных чисел. Найдите трехзначные числа. Ответ обоснуйте.
10. Про функцию  $f(x)$  известно, что  $f(x)$  - четная,  $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 1$  при  $x \geq 0$  и график функции  $f(x)$  имеет с прямой  $y = 2x - 8$  ровно одну общую точку. Найдите значение параметра  $a$ , напишите, каким уравнением задается  $f(x)$  при  $x < 0$ , и постройте график  $f(x)$ .

11. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AN$  и  $BM$  и отмечена точка  $K$  – середина стороны  $AB$ . Найдите площадь треугольника  $MNK$ , если известно, что угол  $ACB$  равен  $105^\circ$ , а длина  $AB$  равна 16.
12. Курс акций компании каждый день ровно в 12 час повышается или понижается на  $n$  процентов, где  $n$  – целое положительное число, меньшее 100. Курс не округляется. Существует ли  $n$ , для которого курс акций может дважды принять одно и то же значение? Ответ обоснуйте.