



ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ 2019

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АКАДЕМИЧЕСКАЯ ГИМНАЗИЯ им. Д.К.ФАДДЕЕВА

Предмет вступительного испытания: МАТЕМАТИКА

Класс обучения на образовательной программе:

10 класс, все образовательные программы

Структура экзаменационного варианта

Задание состоит из 12 задач, разбитых на три группы. Для решения всех задач достаточно сведений, содержащихся в учебниках по математическим дисциплинам, включенных в Федеральный перечень учебников 2018-2019.

Критерии оценивания:

Каждая из задач с 1 по 4 оценивается от 0 до 5 баллов.

Каждая из задач с 5 по 8 оценивается от 0 до 8 баллов.

Каждая из задач с 9 по 12 оценивается от 0 до 12 баллов.

1. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{99} + \sqrt{363} - 3\sqrt{11}}{33\sqrt{3}}$.
2. Решите уравнение $(x^2 + 27x - 57)^2 = (x^2 - 3x + 1)^2$.
3. Семья состоит из трех человек: матери, отца, дочери. Если бы зарплата матери увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 30%. Если бы стипендия дочери увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 6%. Сколько процентов дохода составляет зарплата отца?
4. Найдите катеты прямоугольного треугольника, если радиус его описанной окружности равен 6,5, а радиус вписанной окружности равен 2.
5. Найдите шестой и десятый члены геометрической прогрессии, если известно, что их сумма квадратов равна 136, а произведение четырнадцатого и второго членов этой прогрессии равно 60.
6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x+16}}{x-12} \leq \frac{\sqrt{x+16}}{x+12}, \\ x^2 + 16x \leq 0. \end{cases}$$
7. Найдите на прямой $2x + 3y + 2 = 0$ точку $K(x, y)$ такую, что произведение ее координат – наибольшее возможное.
8. Точка М лежит внутри равностороннего треугольника на расстоянии $3\sqrt{3}$ от двух его сторон и на расстоянии $4\sqrt{3}$ от третьей стороны. Найдите длину стороны данного треугольника и радиус окружности, описанной вокруг этого треугольника.
9. На доске написаны два трехзначных числа. Если не обратить внимание на знак умножения и прочитать эти два числа как одно шестизначное, то прочитанное число будет в семь раз больше произведения этих трехзначных чисел. Найдите трехзначные числа. Ответ обоснуйте.
10. Про функцию $f(x)$ известно, что $f(x)$ - четная, $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - 1$ при $x \geq 0$ и график функции $f(x)$ имеет с прямой $y = 2x - 8$ ровно одну общую точку. Найдите значение параметра a , напишите, каким уравнением задается $f(x)$ при $x < 0$, и постройте график $f(x)$.

11. В треугольнике ABC проведены высоты AN и BM и отмечена точка K – середина стороны AB . Найдите площадь треугольника MNK , если известно, что угол ACB равен 105° , а длина AB равна 16.
12. Курс акций компании каждый день ровно в 12 час повышается или понижается на n процентов, где n – целое положительное число, меньшее 100. Курс не округляется. Существует ли n , для которого курс акций может дважды принять одно и то же значение? Ответ обоснуйте.