

Программа вступительного испытания по предмету
«Математика»
 для поступающих на образовательную программу магистратуры
«Современная математика»
 Направления подготовки 01.04.01 «Математика»

Форма проведения вступительного испытания.

Вступительное испытание состоит из двух частей.

1. Конкурс документов (портфолио)

2. Письменный экзамен

Итоговый балл за вступительное испытание – это сумма баллов за две части.

Часть 1. Конкурс документов (портфолио)

1.1 Состав портфолио: перечень документов и начисляемые баллы

Документы / документально подтвержденные факты, подлежащие оценке		Критерии учета	Количество начисляемых баллов
1	Мотивационное письмо	Критерии указаны в разделе 1.2 «Мотивационное письмо»	4
2	Эссе (научно-исследовательская работа)	Критерии указаны в разделе 1.3 «Эссе»	18
3	Диплом бакалавра / специалиста направлений подготовки и специальностей, соответствующих укрупненной группе направлений подготовки и специальностей, в рамках которой ведется прием на образовательную программу	диплом с отличием	3
		средний балл диплома без отличия больше 4	2
	Диплом бакалавра / специалиста иных направлений подготовки и специальностей	диплом с отличием	2
		средний балл диплома без отличия больше 4	1
Диплом бакалавра / специалиста / магистра, полученный в результате освоения образовательной программы, реализация которой осуществлялась в сетевой форме			2
Максимальное количество баллов по разделу			3
4	Оценка за выпускную квалификационную работу бакалавра / специалиста	Оценка «отлично» за выпускную квалификационную работу	2

5	Сведения об имеющихся публикациях по тематике, соответствующей укрупненной группе направлений подготовки (специальностей), в рамках которой ведется прием на образовательную программу (предоставляется копия публикации, копия страницы с выходными данными сборника, и копия содержания сборника). <i>Сертификаты/дипломы/благодарственные письма не являются подтверждением наличия публикации</i>	Научные публикации в изданиях, индексируемых в наукометрических базах Web of Science Core Collection и Scopus	5
		Научные публикации в изданиях, индексируемых в наукометрической базе РИНЦ	4
	<i>При предоставлении 2 или более публикаций баллы не суммируются, оценивается публикация, дающая наибольшее количество баллов. В случае если из представленного документа следует, что публикация является тезисами доклада, который был представлен на конференции или ином научном мероприятии, баллы по настоящему пункту не начисляются</i>	Публикации в прочих научных изданиях	1
		Максимальное количество баллов по разделу	5
6	Документы и материалы, подтверждающие участие поступающего в научных мероприятиях (конференции, семинары, научные школы) по тематике, соответствующей укрупненной группе направлений подготовки и специальностей, в рамках которой ведется прием на образовательную программу. <i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются</i>	<i>Участие должно быть подтверждено наличием опубликованных тезисов доклада либо программой мероприятия</i>	3
7	Документы и материалы, подтверждающие участие поступающего в исследовательских проектах, поддержанных грантами, и полученные им в ходе реализации исследовательских проектов результаты.	Авторы охраняемых результатов интеллектуальной деятельности: программ для электронно-вычислительных машин, баз данных, изобретений, полезных моделей, промышленных образцов.	4
	<i>Подтверждающие документы должны быть оформлены на бланке организации с печатью и подписью уполномоченного лица.</i>	Участник исследовательского коллектива, гранта, проекта, если заказчиком проекта выступают государственные научные фонды, научные организации или образовательные организации высшего образования	3
	<i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются.</i>	Максимальное количество баллов по разделу	4

8	Документы, подтверждающие опыт практической деятельности, при условии использования в практической деятельности компетенций, соотносимых с компетенциями, формируемыми при освоении соответствующей образовательной программы (опыт профессиональной практической деятельности). Необходимо предоставить один из следующих документов: - копия трудовой книжки (выписка), заверенная сотрудником отдела кадров организации; - копия трудового договора; - справка-подтверждение с места работы (на бланке организации, с печатью и подписью должностного лица)	год и более	2
		от шести месяцев до одного года	1
		Максимальное количество баллов по разделу	2
9	Документы, подтверждающие знание иностранного языка (международные сертификаты и иные документы) <i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются.</i>	По английскому языку: TOEFL (score 60 and higher); IELTS (score 6.0 and higher); Cambridge CAE – C, B, A; Cambridge CPE – C, B, A; Cambridge FCE – B, A; Cambridge English: Business (BEC Vantage – grades B, A; BEC Higher – grades C, B, A)	2
		По немецкому языку: Goethe Certificate (B2/C1– 60-100; C2); Test DaF (TDN 4, TDN 5)	2
		По французскому языку: DELF B2 – 60-100; DALF C1 – 50-100	2
		По испанскому языку: DELE B2/C1 – 60-100	2
		GMAT (Graduate Management Admission Test) (от 500 и выше)	2
		Иные сертификаты, подтверждающие уровень владения английским языком не ниже уровня Upper Intermediate	1
		Оценка "отлично" по иностранному языку в дипломе; оценка зачтено в дипломе образовательной организации, входящей в топ-300 международных рейтингов (THE, QS, Шанхайский рейтинг, Московский международный рейтинг вузов "Три миссии университета")	1
		Максимальное количество баллов по разделу	2
10	Документы, подтверждающие стажировки и обучение на иностранном языке.	Обучение за рубежом в университетах, входящих в топ-300 международных рейтингов (THE,	2

	<i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются.</i>	QS, Шанхайский рейтинг, Московский международный рейтинг вузов "Три миссии университета")	
		Обучение в других зарубежных университетах	1
		Максимальное количество баллов по разделу	2
11	Документы, подтверждающие назначение именных стипендий министерств, ведомств, фондов, образовательных организаций высшего образования. <i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются</i>		2
12	Дипломы победителей и лауреатов конкурсов научных, проектных работ, международных игровых конкурсов, студенческих олимпиад по предмету, относящемуся к направлению подготовки (кроме олимпиад и конкурсов, учитываемых в качестве индивидуальных достижений при приеме на соответствующие образовательные программы) по тематике, соответствующей укрупненной группе направлений подготовки (специальностей), в рамках которой ведется прием на образовательную программу. Учитываются олимпиады и конкурсы, проводимые образовательными организациями высшего образования <i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются</i>	Диплом победителя открытых международных конкурсов студенческих научных работ, международных игровых конкурсов, студенческих олимпиад	3
		Призера открытых международных конкурсов студенческих научных работ, международных игровых конкурсов, студенческих олимпиад	2
		Победителя всероссийских конкурсов студенческих научных работ, студенческих олимпиад	2
		Призера открытых всероссийских конкурсов студенческих научных работ, студенческих олимпиад	1
		Победителя и призера открытых региональных конкурсов студенческих научных работ, студенческих олимпиад	1
		Максимальное количество баллов по разделу	3
13	Документы установленного образца о повышении квалификации или профессиональной переподготовке при условии, что освоенная дополнительная образовательная программа предполагала приобретение компетенций, соотносимых с компетенциями, формируемыми при освоении соответствующей основной образовательной программы, на которую ведется прием <i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются</i>		1

14	<p>Сертификаты об освоении онлайн-курсов, размещенных на образовательных платформах "Coursera" и "Открытое образование" (за исключением онлайн-курсов СПбГУ, учитываемых в качестве индивидуальных достижений при приеме на соответствующие образовательные программы), при условии, что онлайн-курс предполагал приобретение компетенций, соотносимых с компетенциями, формируемыми при освоении соответствующей основной образовательной программы, на которую ведется прием.</p> <p><i>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются. Баллы начисляются только в случае возможности проверки предоставленных документов через открытые источники.</i></p>	1
ИТОГОВАЯ СУММА БАЛЛОВ		52

1.2. Мотивационное письмо

до 4 баллов

Мотивационное письмо предоставляется в обезличенном виде: не допускается указание фамилии, имени, отчества обучающегося и других сведений, которые могут позволить раскрыть авторство работы. В случае наличия в мотивационном письме сведений, раскрывающих авторство работы (фамилия, имя, отчество и др.), за мотивационное письмо и эссе выставляется низший балл (0 баллов).

В случае обнаружения в работе неправомерных заимствований за мотивационное письмо выставляется 0 баллов

Требования к содержанию и оформлению мотивационного письма

1. Мотивационное письмо должно быть написано на русском или английском языке.
2. Объем не более 5 000 знаков.
3. Мотивационное письмо должно содержать:
 - сведения о профессиональной подготовке / деятельности соискателя, которая может быть полезна при обучении по избранной программе магистратуры, сведения об успехах и достижениях в избранной области;
 - аргументированное указание причин выбора данной образовательной программы магистратуры СПбГУ, доказательство заинтересованности в обучении на данной образовательной программе;
 - перспективы / планы использования полученных знаний в будущей профессиональной деятельности.

Критерии оценивания

Критерии	Балл
аргументированное обоснование выбора образовательной программы, выбора обучения в СПбГУ	от 0 до 1
указание на академические и практические достижения поступающего, другие сведения и характеристики, которые поступающий на программу сочтет необходимыми (практический опыт, базовое	от 0 до 1

образование, индивидуальные способности и увлечения)	
наличие указаний на компетенции, которые поступающий намерен приобрести в результате обучения; указание перспектив применения полученных знаний в будущей профессиональной деятельности	от 0 до 1
соблюдение требований к оформлению	от 0 до 1
Максимальный балл	от 0 до 4

1.3. Эссе (научно-исследовательская работа)

до 18 баллов

Эссе / Научно-исследовательская работа предоставляется в обезличенном виде: не допускается указание фамилии, имени, отчества поступающего. В случае наличия в эссе сведений, раскрывающих авторство (фамилия, имя, отчество), за эссе / научно-исследовательскую работу и мотивационное письмо выставляется низший балл (0 баллов).

Поступающий самостоятельно формулирует тему эссе (научно-исследовательской работы) в рамках выбранного направления образовательной программы. Разрешается в качестве эссе использовать, либо брать за основу, тексты квалификационных работ (бакалаврской, магистерской и т. д.) или научных публикаций кандидата.

В случае обнаружения в работе неправомерных заимствований за эссе (научно-исследовательскую работу) выставляется 0 баллов.

Требования к содержанию и оформлению эссе (научно-исследовательской работы)

1. Эссе должно быть написано на русском или английском языке.
2. Объем не более 60 000 печатных знаков (с пробелами), включая список литературы.
3. Необходимо указать ссылки на все используемые источники.
4. Текст эссе должен быть завершенным и четко структурированным: введение (в котором формулируется проблема), основная часть (содержащая аргументированные тезисы по существу проблемы), заключение (содержащее собственные выводы по теме), список используемой литературы (не более 2 страниц).
5. В тексте должно быть продемонстрировано владение предметом исследования, его понятийным аппаратом, терминологией, знание общепринятых научных концепций в заданной предметной области, понимание современных тенденций и проблем в исследовании предмета.

Критерии оценивания

Критерии	Баллы
Соответствие темы эссе (научно-исследовательской работы) направлению подготовки и соответствие текста работы сформулированной теме, актуальность выбранной темы	от 0 до 3
Постановка проблемы по выбранной теме	от 0 до 3
Знание имеющихся научных концепций по обозначенной проблематике	от 0 до 4
Наличие авторского подхода к разрешению поставленной проблемы, наличие описаний теоретических и практических разработок автора	от 0 до 4
Структурированность работы, корректное использование научной терминологии, отсутствие фактических, стилистических и иных ошибок	от 0 до 4

Часть 2: Письменный экзамен

2.1 Критерии оценивания и начисляемые баллы

Письменная часть вступительного испытания состоит из восьми заданий, соответствующих основным темам раздела 2.2. Каждое задание оценивается следующим образом:

- 12 баллов ставится за полное и правильное выполнение задания,
- от 0 до 11 баллов ставится в случае, если решение задачи не доведено до конца, выполнено частично, либо выполнено с ошибками.

Итоговая оценка за письменную часть является суммой баллов четырех из восьми заданий, за которые абитуриент получил наибольшее число баллов.

Максимально возможное количество баллов, которое может набрать абитуриент за письменную часть вступительного испытания, – 48 баллов. Таким образом, для получения максимального балла за эту часть вступительного испытания необходимо и достаточно полностью выполнить любые четыре задания. Продолжительность данного этапа составляет 5 часов.

2.2 Основные темы для проверки уровня математической подготовки

Тема 1. Алгебра.

Кольца, подкольца, идеалы. Теорема о гомоморфизме. Кольцо многочленов, теорема Безу. Факториальность кольца многочленов над полем. Векторные пространства. Линейная зависимость. Существование базиса в векторном пространстве. Линейные отображения. Ранг линейного отображения, теорема Кронекера-Капелли. Собственные числа и характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Нильпотентные операторы. Жорданова нормальная форма над комплексными числами.

Тема 2. Геометрия и топология.

Евклидовы пространства, скалярное произведение, расстояния, углы. Аффинные и ортогональные преобразования, движения. Кривые и поверхности второго порядка. Кривизна кривой на плоскости, кривизна и кручение пространственной кривой, формулы Френе. Метрические и топологические пространства, непрерывные отображения топологических пространств. Связность, линейная связность, компактность. Гомотопии отображений. Фундаментальная группа топологического пространства. Фундаментальная группа окружности.

Тема 3. Математический анализ и анализ Фурье.

Пределы. Компактность. Непрерывность. Равномерная сходимости. Дифференциал и производная. Экстремумы функций. Ряды Тейлора. Интеграл Римана. Дифференцируемые отображения. Условные экстремумы. Метод множителей Лагранжа. Интеграл Лебега. Классы L^p . Теорема Тоннели. Теорема Фубини. Свертка функций. Голоморфные функции. Теорема Коши. Теорема Лиувилля. Вычеты. Теорема Руше. Ряды Фурье. Ядра Дирихле, Фейера. Убывание коэффициентов Фурье. Теорема Планшереля.

Тема 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения и математическая физика.

Существование и единственность решений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Зависимость решений от начальных данных и параметров. Устойчивость по Ляпунову. Постановка основных задач математической физики. Решение

дифференциальных уравнений в обобщенных функциях. Фундаментальное решение и задача Коши.

Тема 5. Дискретная математика.

Графы, ориентированные графы, деревья, компоненты связности в ориентированном и неориентированном графе. Паросочетания, лемма Холла. Планарные графы, формула Эйлера. Эйлеровы пути и циклы. Перестановки, цикловый тип. Сочетания, сочетания с повторениями, размещения.

Тема 6. Теория вероятностей.

Вероятностные пространства, распределения случайных величин, критерии независимости случайных величин, числовые характеристики случайных величин, испытания Бернулли, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Закон больших чисел и центральная предельная теорема для сумм независимых случайных величин. Характеристические функции. Марковские цепи с конечным или счётным множеством состояний. Мартингалы с дискретным временем.

Тема 7. Математическая логика и теория множеств.

Язык пропозициональной классической логики и его двузначная семантика.

Дизъюнктивные нормальные формы (д.н.ф.) и конъюнктивные нормальные формы (к.н.ф.). Теорема о приведении пропозициональных формул к д.н.ф. и к.н.ф.

Гильбертовское исчисление для пропозициональной классической логики и выводимость в нём. Теорема о дедукции для этого исчисления. Непротиворечивые и максимальные непротиворечивые множества. Теорема о сильной полноте (включая корректность) гильбертовского исчисления для пропозициональной классической логики и важнейшие следствия из неё.

Парадоксы наивной теории множеств. Представление о теории множеств Цермело–Френкеля с аксиомой выбора. Базовые операции над множествами и их основные свойства. Упорядоченные пары, тройки и т.д. Декартовы произведения. Отношения и функции. Отношения эквивалентности и частичные порядки. Частично упорядоченные множества (ч.у.м.). Фундированность и трансфинитная индукция. Линейные ч.у.м. и их начальные сегменты. Вполне упорядоченные множества (в.у.м.) и трансфинитная рекурсия. Предложение об изоморфизмах в.у.м. Теорема о сравнимости в.у.м. Равномощность и её простейшие свойства. Теорема Кантора–Шрёдера–Бернштейна.

Теорема о сравнимости мощностей. Теорема Кантора (о мощности множества всех подмножеств данного множества). Счётные множества и их основные свойства. Мощности объединения и произведения множеств.

Тема 8. Теоретическая информатика

Сложность алгоритмов по времени и методы её оценки. Основная теорема о времени работы рекурсивных алгоритмов (Master theorem). Алгоритмы поиска в графе (поиск в ширину, поиск в глубину, алгоритм Дейкстры). Алгоритмы сортировки (вставка, слияние, "быстрая сортировка", сортировка кучей). Структуры данных для представления множеств (список; АВЛ-дерево или красно-чёрное дерево; хэш-таблица), операции над ними. Конечные автоматы (детерминированные и недетерминированные), их равносильность. Сложность вычислений: класс сложности NP, примеры NP-полных задач. Алгоритмически неразрешимые задачи.

2.2.1 ЛИТЕРАТУРА

- Э.Б. Винберг "Курс алгебры", 4-е издание (М.: МЦНМО, 2011), главы 1-3,5-6
- А.И. Кострикин "Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры, 3-е издание (М.: Физматлит, 2004), главы 4-5
- А.И. Кострикин "Введение в алгебру. Часть II. Линейная алгебра, 3-е издание (М.: Физматлит, 2004), главы 1-2
- М.М. Постников. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия. 2-е издание. М.: Наука. 1986. Главы 1-7, 12-13, 16-18, 23-26.
- А.В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. 6-е издание. М.: Наука, 1974. Главы 1-3.
- Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко. Введение в топологию. 2-е издание. М.: Наука, 1995. Главы 1-3.
- В. А. Зорич, "Математический анализ", – М.: МЦНМО, 2012. Часть 1, главы 6-8. Часть 2, главы 9-13 и 16-19.
- Г.М. Фихтенгольц, "Курс дифференциального и интегрального исчисления", - СПб, Лань, 2009. Том первый, главы 1-4.
- А.Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений. Изд. 2. Мир, 2007. Глава 2, § 5,7. Глава 3, § 9,10,11,14. Глава 4, § 18. Глава 5, § 23.
- В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. Лекции по теории графов. (М., Наука, 1990), главы 1,2,4,6.
- Н. Я. Виленкин. Комбинаторика. (М., Наука, 1969), главы 1,2.
- А.Н. Ширяев, Вероятность, книги 1 и 2, (2004, МЦНМО), главы 2, 3, 7(параграфы 1-4), 8.
- Н.К. Верещагин и А. Шень. Языки и исчисления. 4-ое изд., исправленное. Изд-во МЦНМО, 2012. *Разделы 1.1, 1.2, 2.1, 2.2.+
- К. Куратовский и А. Мостовский. Теория множеств. Мир, 1970. *Параграфы 1-6 в главе I, параграфы 1-3 в главе II.+
- Н.К. Верещагин и А. Шень. Начала теории множеств. 4-ое изд., дополненное. Изд-во МЦНМО, 2012. *Разделы 1.1, 1.3-1.7, 2.1-2.6, 2.8.]
- В.С. Владимиров и В.В. Жариков. Уравнения математической физики. Физматлит. 2004. Глава 2, § 1.2, 1.4. Глава 3, § 3.1, 3.3, 3.5.
- Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн, Алгоритмы. Построение и анализ, Вильямс, 2018.
- Дж. Хопкрофт, Р. Мотвани, Дж. Ульман, Введение в теорию автоматов, языков и вычислений, Вильямс, 2016.