

Описание олимпиадных испытаний Открытой международной олимпиады Санкт-Петербургского государственного университета для иностранных студентов программ бакалавриата в 2024/25 учебном году по предмету «Современная математика (на английском языке)»

Олимпиадное испытание состоит из двух этапов:

1. Олимпиадное задание
2. Собеседование

Ко второму этапу допускаются только те участники, которые набрали не менее 35 баллов на первом этапе.

Минимальный балл, подтверждающий успешное прохождение Олимпиады, – 50.

ЭТАП 1: ОЛИМПИАДНОЕ ЗАДАНИЕ

Официальные документы, сертификаты и иные материалы предоставляются в четко читаемых копиях. Если язык документа отличен от русского или английского, необходимо предоставить перевод на один из этих языков (тексты перевода на русский язык должны быть заверены нотариусом или Посольством / Консульством РФ в иностранном государстве или Посольством / Консульством иностранного государства в России в случае, если иное не предусмотрено международными договорами РФ).

Раздел 1.1. Перечень документов и начисляемые баллы

Документы / документально подтвержденные факты, подлежащие оценке		Критерии учета	Количество начисляемых баллов
1	Мотивационное письмо (обязательно)	Критерии указаны в разделе 1.2 «Мотивационное письмо»	25
2	Эссе (научно-исследовательская работа) (обязательно)	Критерии указаны в разделе 1.3 «Эссе»	10

3	<p>Curriculum Vitae (CV) содержит полную и непрерывную историю профессиональной деятельности и образования до момента подачи документов (обязательно). Также CV может содержать адрес электронной почты одного или двух рекомендателей, готовых по запросу отправить рекомендательные письма.</p>	<p>Экспертами оценивается соответствие полученного образования мировому уровню (с учетом репутации учебных заведений по математическим наукам, репутации образовательных программ в соответствии с наличием и количеством выпускников, имеющих научные результаты мирового уровня, дополнительного образования, полученного в рамках летних школ, программ межуниверситетского обмена, онлайн-курсов и тому подобных мероприятий). Также учитываются дипломы победителей и лауреатов международных и национальных студенческих олимпиад по предметам, относящимся к тематике предмета Олимпиады, и сведения об имеющихся публикациях по соответствующей тематике. О требованиях и критериях оценки рекомендательных писем см. Раздел 1.4 Рекомендательные письма.</p>	60
4	<p>Документы, подтверждающие знание английского языка (международные сертификаты и иные документы). Если английский является родным языком участника, либо языком предыдущей образовательной программы, то ставится 5 баллов автоматически.</p> <p>Учитывается только один документ. При предоставлении двух и более баллы не суммируются</p>	<p>По английскому языку: TOEFL, IELTS, Cambridge CAE, Cambridge CPE, Cambridge FCE – A</p>	5
СУММА БАЛЛОВ			100

Раздел 1.2. Мотивационное письмо

до 25 баллов

В случае обнаружения в работе неправомерных заимствований за мотивационное письмо выставляется 0 баллов

Требования к содержанию и оформлению мотивационного письма

Мотивационное письмо предоставляется на английском языке и должно содержать:

- сведения о профессиональной подготовке / деятельности участника, соответствующей тематике предмета Олимпиады, сведения об успехах и достижениях в избранной области;
- аргументированное указание причин выбора данного предмета Олимпиады, доказательство заинтересованности участника в предмете проведения Олимпиады;
- перспективы / планы использования полученных знаний в будущей профессиональной деятельности.

Критерии оценивания	Балл
аргументированное обоснование выбора предмета Олимпиады	1
аргументированное обоснование выбора участия в Олимпиаде, проводимой СПбГУ	1
наличие указаний на компетенции, которые участник намерен приобрести в будущем	1
указание на академические и практические достижения участника	от 0 до 15
другие сведения и характеристики, которые участник сочтет необходимыми (практический опыт, базовое образование, индивидуальные способности и увлечения)	1
указание перспектив применения полученных знаний в будущей профессиональной деятельности	1
владение английским языком	от 0 до 5
Максимальный балл	25

Раздел 1.3. Эссе (научно-исследовательская работа)

до 10 баллов

Участник самостоятельно формулирует тему эссе (научно-исследовательской работы) в рамках выбранного предмета Олимпиады. Разрешается в качестве эссе использовать, либо брать за основу, тексты квалификационных работ (бакалаврской, магистерской и т. д.) или научных публикаций участника.

В случае обнаружения в работе неправомерных заимствований за эссе (научно-исследовательскую работу) выставляется 0 баллов.

Требования к содержанию и оформлению эссе (научно-исследовательской работы)

1. Эссе должно быть написано на русском или английском языке.
2. Объем не более 60 000 печатных знаков (с пробелами), включая список литературы.
3. Необходимо указать ссылки на все используемые источники
4. Текст эссе должен быть завершенным и четко структурированным: введение (в котором формулируется проблема), основная часть (содержащая аргументированные тезисы по существу проблемы), заключение (содержащее собственные выводы по теме), список используемой литературы (не более 2 страниц).
5. В тексте должно быть продемонстрировано владение предметом исследования, его понятийным аппаратом, терминологией, знание общепринятых научных концепций в заданной предметной области, понимание современных тенденций и проблем в исследовании предмета.

Критерии оценивания	Баллы
Соответствие темы эссе (научно-исследовательской работы) предмету Олимпиады и соответствие текста работы сформулированной теме, актуальность выбранной темы	от 0 до 1
Постановка проблемы по выбранной теме	от 0 до 1
Знание имеющихся научных концепций по обозначенной проблематике	от 0 до 2
Наличие авторского подхода к разрешению поставленной проблемы, наличие описаний теоретических и практических разработок автора	от 0 до 5
Структурированность работы, корректное использование научной терминологии, отсутствие фактических, стилистических и иных ошибок	от 0 до 1

Раздел 1.4. Рекомендательные письма

Рекомендательные письма должны быть посланы рекомендателями на адрес math.msc@spbu.ru с копией admission@spbu.ru. Каждое письмо должно быть на официальном бланке университета, должно содержать контактные данные рекомендателя и его подпись.

Экспертами оценивается

- соответствие научных результатов рекомендателя (в том числе за последние 10 лет) мировому уровню;
- степень знакомства рекомендуемого и рекомендателя.

Также учитывается оценка рекомендателем достижений и потенциала рекомендуемого, отраженная в письме.

ЭТАП 2: СОБЕСЕДОВАНИЕ

Второй этап состоит в собеседовании с участником, в ходе которого участнику будут предложены вопросы, позволяющие оценить его математическую культуру, уровень его подготовки и оперативного владения материалом, способность к логическому мышлению, а также к пониманию новых концепций и оперированию ими. Участник может выбрать не менее четырех тем из Раздела 2.1, по которым ему могут быть заданы вопросы.

Собеседование проводится в режиме видеосвязи на английском языке.

Ответ на каждый вопрос оценивается определённым числом баллов. Максимально возможный результат за собеседование составляет 100 баллов.

Исходя из оценок за собеседование, полученных участником, формируется список рекомендованных к зачислению и упорядоченный список ожидания (waiting list).

Раздел 2.1 Основные темы для проверки уровня математической подготовки

Тема 1. Алгебра.

Кольца, подкольца, идеалы. Теорема о гомоморфизме. Кольцо многочленов, теорема Безу. Факториальность кольца многочленов над полем. Векторные пространства. Линейная зависимость. Существование базиса в векторном пространстве. Линейные отображения. Ранг линейного отображения, теорема Кронекера-Капелли. Собственные числа и характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Нильпотентные операторы. Жорданова нормальная форма над комплексными числами.

Тема 2. Геометрия и топология.

Евклидовы пространства, скалярное произведение, расстояния, углы. Аффинные и ортогональные преобразования, движения. Кривые и поверхности второго порядка. Кривизна кривой на плоскости, кривизна и кручение пространственной кривой, формулы Френе. Метрические и топологические пространства, непрерывные отображения топологических пространств. Связность, линейная связность, компактность. Гомотопии отображений. Фундаментальная группа топологического пространства. Фундаментальная группа окружности.

Тема 3. Математический анализ и анализ Фурье.

Пределы. Компактность. Непрерывность. Равномерная сходимости. Дифференциал и производная. Экстремумы функций. Ряды Тейлора. Интеграл Римана.

Дифференцируемые отображения. Условные экстремумы. Метод множителей Лагранжа. Интеграл Лебега. Классы L^p . Теорема Тоннели. Теорема Фубини. Свертка функций. Голоморфные функции. Теорема Коши. Теорема Лиувилля. Вычеты. Теорема Руше. Ряды Фурье. Ядра Дирихле, Фейера. Убывание коэффициентов Фурье. Теорема Планшереля.

Тема 4. Обыкновенные дифференциальные уравнения и математическая физика.

Существование и единственность решений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Зависимость решений от начальных данных и параметров. Устойчивость по Ляпунову. Постановка основных задач математической физики. Решение дифференциальных уравнений в обобщенных функциях. Фундаментальное решение и задача Коши.

Тема 5. Дискретная математика.

Графы, ориентированные графы, деревья, компоненты связности в ориентированном и неориентированном графе. Паросочетания, лемма Холла. Планарные графы, формула Эйлера. Эйлеровы пути и циклы. Перестановки, цикловый тип. Сочетания, сочетания с повторениями, размещения.

Тема 6. Теория вероятностей.

Вероятностные пространства, распределения случайных величин, критерии независимости случайных величин, числовые характеристики случайных величин, испытания Бернулли, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Закон больших чисел и центральная предельная теорема для сумм независимых случайных величин. Характеристические функции. Марковские цепи с конечным или счётным множеством состояний. Мартингалы с дискретным временем.

Тема 7. Математическая логика и теория множеств.

Язык пропозициональной классической логики и его двузначная семантика. Дизъюнктивные нормальные формы (д.н.ф.) и конъюнктивные нормальные формы (к.н.ф.). Теорема о приведении пропозициональных формул к д.н.ф. и к.н.ф. Гильбертовское исчисление для пропозициональной классической логики и выводимость в нём. Теорема о дедукции для этого исчисления. Непротиворечивые и максимальные непротиворечивые множества. Теорема о сильной полноте (включая корректность) гильбертовского исчисления для пропозициональной классической логики и важнейшие следствия из неё.

Парадоксы наивной теории множеств. Представление о теории множеств Цермело-Френкеля с аксиомой выбора. Базовые операции над множествами и их основные свойства. Упорядоченные пары, тройки и т.д. Декартовы произведения. Отношения и функции. Отношения эквивалентности и частичные порядки. Частично упорядоченные множества (ч.у.м.). Фундированность и трансфинитная индукция. Линейные ч.у.м. и их начальные сегменты. Вполне упорядоченные множества (в.у.м.) и трансфинитная рекурсия. Предложение об изоморфизмах в.у.м. Теорема о сравнимости в.у.м. Равномощность и её простейшие свойства. Теорема Кантора-Шрёдера-Бернштейна.

Теорема о сравнимости мощностей. Теорема Кантора (о мощности множества всех подмножеств данного множества). Счётные множества и их основные свойства. Мощности объединения и произведения множеств.

Тема 8. Теоретическая информатика

Сложность алгоритмов по времени и методы её оценки. Основная теорема о времени работы рекурсивных алгоритмов (Master theorem). Алгоритмы поиска в графе (поиск в ширину, поиск в глубину, алгоритм Дейкстры). Алгоритмы сортировки (вставка, слияние, "быстрая сортировка", сортировка кучей). Структуры данных для представления множеств (список; АВЛ-дерево или красно-чёрное дерево; хэш-таблица), операции над ними. Конечные автоматы (детерминированные и недетерминированные), их равносильность.

Сложность вычислений: класс сложности NP, примеры NP-полных задач. Алгоритмически неразрешимые задачи.

РАЗДЕЛ 2.1.1 ЛИТЕРАТУРА

Э.Б. Винберг "Курс алгебры", 4-е издание (М.: МЦНМО, 2011), главы 1-3,5-6

А.И. Кострикин "Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры, 3-е издание (М.: Физматлит, 2004), главы 4-5

А.И. Кострикин "Введение в алгебру. Часть II. Линейная алгебра, 3-е издание (М.: Физматлит, 2004), главы 1-2

М.М.Постников. Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия. 2-е издание. М.: Наука. 1986. Главы 1-7, 12-13, 16-18, 23-26.

А.В.Погорелов. Дифференциальная геометрия. 6-е издание. М.:Наука, 1974. Главы 1-3.

Ю.Г.Борисович, Н.М.Близняков, Я.А.Израилевич, Т.Н.Фоменко. Введение в топологию. 2-е издание. М.: Наука, 1995. Главы 1-3.

В. А. Зорич, "Математический анализ", – М.: МЦНМО, 2012. Часть 1, главы 6-8. Часть 2, главы 9-13 и 16-19.

Г.М. Фихтенгольц, "Курс дифференциального и интегрального исчисления", - СПб, Лань, 2009. Том первый, главы 1-4.

А.Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений. Изд. 2. Мир, 2007. Глава 2, § 5,7. Глава 3, § 9,10,11,14. Глава 4, § 18. Глава 5, § 23.

В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. Лекции по теории графов. (М., Наука, 1990), главы 1,2,4,6.

Н. Я. Виленкин. Комбинаторика. (М., Наука, 1969), главы 1,2.

А.Н. Ширяев, Вероятность, книги 1 и 2, (2004, МЦНМО), главы 2, 3, 7(параграфы 1-4), 8.Н.К. Верещагин и А. Шень. Языки и исчисления. 4-ое изд., исправленное. Изд-во МЦНМО, 2012. *Разделы 1.1, 1.2, 2.1, 2.2.+

К. Куратовский и А. Мостовский. Теория множеств. Мир, 1970. *Параграфы 1-6 в главе I, параграфы 1-3 в главе II.+

Н.К. Верещагин и А. Шень. Начала теории множеств. 4-ое изд., дополненное. Изд-во МЦНМО, 2012. *Разделы 1.1, 1.3-1.7, 2.1-2.6, 2.8.]

В.С.Владимиров и В.В.Жариков. Уравнения математической физики. Физматлит. 2004. Глава 2, § 1.2, 1.4. Глава 3, § 3.1, 3.3, 3.5.

Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн, Алгоритмы. Построение и анализ, Вильямс, 2018.

Дж. Хопкрофт, Р. Мотвани, Дж. Ульман, Введение в теорию автоматов, языков и вычислений, Вильямс, 2016.